

Банк - это специализированное учреждение, функционирующее на рынке финансовых ресурсов. Рынок финансовых ресурсов разделяется на два сегмента - рынок финансовых ресурсов (составляюший основу банков) и рынок производных ресурсов (профессиональные "банки")

То есть говоря банкомат является в основном обычным ящиком для хранения денег. Рассмотрим функции обычного банка:

1. Банк как функционатор на рынке финансовых ресурсов. Иными словами (искусством) эти финансовые ресурсы он передает соответственно другим, которые ими пользуются.
2. Банк как перераспределитель новых денег, или иначе, менеджмент инвестиций первоначальных и накопленных ресурсов: от агентов, имеющих избыточные номиналы он перераспределяет денежные активы между различными клиентами.
3. Банк как института кредитования новых клиентов поддерживая и накапливая кредитный потенциал и накопления.
4. Банк как централизатор денег, кредитные единицы обуславливают роль центрального банка - роли денежной эмиссии и его новых источников производных ресурсов (напоминаем об этом еще)
5. Банк как регулирующий орган кредитных секторов: кредитор не может одновременно и конкурировать с заемщиком кредитованием (использованием) одним кредитором и кредитором другим.
6. Банк как инвестор кредитованием кредиторов - собиратель накопленные денежные средства.

В начале IV пасения пасюк более сильные  
шерстяные шелковые-опадающие  
шерстяные сорта. На уровне среды предста-  
влены опадающие-мелкоспермные пуховые  
шерстяные сорта с некоторым виноградо-  
видным оттенком в цвете. Затем

2 факторов: 1) изменение оптимального  
потреб; 2) определение наименее изы-  
кусное (оптимизация пределного портфеля).

Красное ядро could быть избрано Japanese  
Stonee симметрическим — max прибыли + уменьшения  
затрат. Уменьшение издержек означает  
получение дохода, который характеризует  
коэффициент насыщения и избытка, 2% вспомогательных  
и соавторов %. Отсюда — при максимальной цене  
— максимум уменьшения и изменение прибыли от  
затрат и издержек.

+ може' нечісніст - кримінальне  
організоване.

Но спешить не спешим  
Человек - он же. Человек - он же.

# Моделирование деятельности крупного банка (на примере Сбербанка РФ)

## 1. Финансовые инструменты банковской политики: гэп (gap)-разрыв, раздом.

Исходной базой исследования является тезис о том, что рассматриваемый объект имеет двойственную природу: 1) банк - это рисковое предприятие, функционирующее в условиях неопределенности. В сфере кредитной политики он сталкивается с тремя основными видами рисков: кредитным, процентным и риском ликвидности; 2) банк - это фирма, стремящаяся к повышению своей доходности. Соотношение между критериями минимизации риска и максимизации дохода может быть охарактеризовано как конкурентное и выражено следующим правилом: "цена большей прибыли - больший риск". Таким образом, в процессе управления банковской деятельностью возникают сложные многокритериальные задачи нахождения компромиссных (парето оптимальных) решений.

Между тем в теории банковского дела накоплен финансовый инструментарий, позволяющий получать приемлемые результаты по избежанию рисков и обеспечению доходности, который широко применяется в западной практике. ~~В работе приводится~~  
~~Экономико-математический анализ наиболее важных инструментов банковской~~  
~~политики с учетом применимости его в условиях становления рыночных отношений.~~  
~~В работе рассматривается~~ один из наиболее распространенных финансовых банковских показателей - гэп, характеризующий соотношение структуры банковских активов и пассивов, чувствительных к изменению ставки процента и использующийся для хеджирования процентных рисков.

~~В работе делаются~~ делаются следующие выводы: 1) для хеджирования риска снижения ставки процента, имеющегося на современном этапе, должен быть рекомендован негативный гэп; 2) показатель гэпа может быть использован также как инерционное звено, обеспечивающее заданную стабильность кредитной политики крупного банка.

Формулируется ряд теорем, замечаний и следствий о связи динамики процентной ставки и гэпа с уровнем дохода. Доказывается, в частности, что при выполнении ряда условий, накладываемых на величину кредитной и депозитной ставки и при постоянстве активов, величина предельного негативного гэпа, обеспечивающего доходность, обратно пропорциональна ставке процента. ~~В работе делается вывод о том, что~~  
~~С учетом принятых в модели гипотез, в условиях переходного периода при общей тенденции снижения ставки процента возможности управления гэпом для ссудно-сберегательных институтов расширяются. Показывается, что относительный темп изменения процентного дохода определяется величиной гэпа; при известном прогнозе вариаций ставки процента динамикой дохода можно управлять путем выбора позиции гэпа.~~

## Управление гэпом

*Гэп - это понятие, характеризующее разность между величиной активов и пассивов, чувствительных к изменению ставки процента и предназначенных переоценке или погашению к рассматриваемому фиксированному сроку* ~~и~~,  
~~или же к дате погашения~~

Обозначив  $t^*$  - момент переоценки активов и пассивов, чувствительные к изменению ставки процента активы, ( $A_{t^*}^r$ ), и чувствительные к изменению ставки процента пассивы, получаем уравнение расчета гэпа ( $\Gamma_t$ ):

$$\Gamma_{t^*}^r = A_{t^*}^r - \Pi_{t^*}^r \quad (1)$$

При  $\Gamma_{t^*}^r < 0$  имеем негативный гэп

$\Gamma_{t^*}^r > 0$  — н— позитивный — н—

$\Gamma_{t^*}^r = 0$  — н— нулевой — н—

При использовании в банковской практике данного финансового инструмента важно не только установление негативной или позитивной позиции гэпа, но и его *абсолютной величины*. Здесь речь идет о довольно тонком механизме поддержания такой структуры пассивов и активов, которая обеспечивает банковские доходы. Ввиду того, что необходимым оказывается установление сложного равновесия между абсолютными величинами доходов и приростной составляющей обусловленной гэпом и изменением ставки процента, этот механизм называется в работах Синки “гэпнастикой” ~~и~~. В целях более точного описания этого механизма докажем следующую теорему.

**Teorema o гэпе<sup>1</sup>.** Пусть величины активов и пассивов, чувствительных к изменению ставки процента, а также спреда являются неизменными. Тогда ~~при любой позиции гэпа~~ 1) найдется такая область изменения процентов<sup>как</sup> ставки, при которой гэп и доход становятся понятиями конкурирующими; 2) чем больше доход, тем больше область возможных изменений гэпа.

*следствие:*

**Изображение:** каковы бы ни были изменения процентной ставки, найдется такая позиция гэпа, которая обеспечивает увеличение дохода.

**Доказательство:** Обозначим депозитную кредитную ставку процента  $r_t^n$  и  $r_t^a$  в момент времени  $t$ , причем  $r_t^a = r_t^n + S_t$ , где  $S_t = \text{const}$ . Будем считать областью возможных изменений гэпа такие его значения, которые обеспечивают положительный процентный доход. Найдем величину процентного дохода  $D_{t+1}^n$  в момент времени  $t+1$  в условиях изменения ставки процента на величину  $\Delta r_{t+1}^n$ , которая может иметь любой знак:  $r_{t+1}^n = r_t^n + \Delta r_{t+1}^n$ .

<sup>1</sup> Далее все соотношения, связанные с доказательством теоремы, имеют специальную нумерацию с идентификатором Т-... ,  $t^*$  *значит ее не t*

Решено!  
и Г.Г.

Тогда

$$D_{t+1}^n = r_t^n \cdot (A_{t+1}^r - \Pi_{t+1}^r) + S_t \cdot A_{t+1}^r + \Delta r_{t+1}^n \cdot (A_{t+1}^r - \Pi_{t+1}^r) \quad (T-1)$$

Так как  $A_{t+1}^r - \Pi_{t+1}^r = \Gamma_{t+1}$  по определению гэпа, равенство (T-1) можно переписать:

$$D_{t+1}^n = r_t^n \cdot \Gamma_{t+1} + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma_{t+1} + A_{t+1}^r \cdot S_t \quad (T-2)$$

Заметим, что первые два слагаемых выражения (T-2) могут иметь различный знак, а последнее - неотрицательно, так как  $S_t \geq 0$  и  $A_{t+1}^r \geq 0$ .

Отсюда область значений гэпа, определяемая неотрицательность дохода  $D_{t+1}^n \geq 0$ , представляется следующим неравенством:

$$\left| \Gamma_{t+1} \cdot (r_t^n + \Delta r_{t+1}^n) \right| \leq S_t \cdot A_{t+1}^r \quad (T-3)$$

$$\left| \Gamma_{t+1} \right| \leq \frac{S_t}{\left| r_t^n + \Delta r_{t+1}^n \right|}$$

Таким образом, абсолютная величина гэпа ограничивается числом, зависящим от размеров банка (его активов), спреда, величины и изменения ставки процента.

Покажем связь гэпа с доходом. (для модели изучим гэпа)

Так как в соответствии со сделанными предложениями

$\Pi_{t+1}^r = \Pi_t^r$  и  $A_{t+1}^r = A_t^r$ , то  $\Gamma_{t+1} = \Gamma_t$ , то равенство (T-2) может быть переписано следующим образом:

$$D_{t+1}^n = r_t^n \cdot \Gamma_t + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma_t + S_t \cdot A_t^r \quad (T-5)$$

С учетом того, что  $D_t^n = r_t^n \cdot \Gamma_t + S_t \cdot A_t^r$  выражение (T-5) имеет вид:

$$D_{t+1}^n = D_t^n + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma_t \quad (T-6)$$

Из условия неотрицательности дохода  $D_{t+1}^n \geq 0$  получаем

$$|\Delta r_{t+1} \cdot \Gamma_t| \leq D_t^n$$

или

$$\left| \Gamma_t \right| \leq \frac{D_t^n}{|\Delta r_{t+1}^n|} \quad (T-7)$$

Неравенство (T-7) ограничивает области изменения гэпа в зависимости от размеров дохода и является доказательством *одного из положений теоремы: чем большие  $D_t^n$ , тем шире область значений  $\Gamma_t$ .*  
Следствие.

Анализ соотношения (T-6) позволяет доказать другое положение: при любой позиции гэпа  $\Gamma_t$  можно найти такие  $r_{t+1}^n$ , которые дают разнонаправленные изменения дохода и гэпа.

Так как  $\Gamma_t = \Gamma_{t+1}$ , можно записать

$$D_{t+1}^n = D_t^n + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma_{t+1} = D_t^n + \Delta D_{t+1}^n \quad (T-8)$$

Очевидно, что знак  $\Delta D_{t+1}^n$  зависит от знака  $\Delta r_{t+1}^n$  и  $\Gamma_{t+1}$ .

Рассмотрим две позиции гэпа:

1)  $\Gamma_{t+1} > 0$ . Тогда при  $\Delta r_{t+1}^n \leq 0$  имеем  $D_{t+1}^n \leq 0$  доход  $D_{t+1}$  снижается, причем, тем сильнее, чем быстрее растет  $\Gamma_{t+1}$ ,

2)  $\Gamma_{t+1} < 0$ . Тогда при  $\Delta r_{t+1}^n \geq 0$  имеем  $\Delta D_{t+1}^n \leq 0$  и наблюдается также картина, что и в п.1.

Таким образом, доказано, что при сформулированных условиях переменные  $\Gamma_t$  и  $D_t^n$  являются конкурирующими.

И, наконец, доказательство возможности увеличения дохода путем подбора соответствующей позиции гэпа (иными словами, управляемости доходом с помощью гэпа) достаточно очевидно и вытекает из анализа соотношения (T-8).

(5)

## ВЛИЯНИЕ ГЭПА НА ИЗМЕНЕНИЕ ДОХОДА ПРИ РАЗЛИЧНОЙ ДИНАМИКЕ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

ГЭП	Изменение ставки, $\Delta r_t$	$\Delta D_t^n$	Изменение дохода
Негативный	↑	<0	↓
Негативный	↓	>0	↑
(Позитивный	↑	>0	↑
Позитивный	↓	<0	↓
Нулевой	↑	=0	=0
Нулевой	↓	=0	=0

Заметим, что при **нулевом** гэпе изменение ставки процента не влияет на получаемый доход (в этом случае он определяется запланированным спредом и величиной пассивов и активов), т.е. осуществляется так называемое **микрохеджирование** от процентного риска (в отличие от макрохеджирования, которое включает в себя не отдельные виды активов и пассивов, а весь портфель).

В случае ненулевого гэпа банком осуществляется игра либо на понижение ставки (позиция "медведя" при негативном гэпе), либо на ее повышение (позиция "быка" при позитивном гэпе). Если изменение ставки процента оказалось противоположным ожидаемому, то при ненулевом гэпе возникают потери (альтернативные убытки), которые уменьшают собственный капитал банка, что следует из балансового соотношения:

$$A_t = SK_t + \Pi_t,$$

где  $SK_t$  - собственный капитал банка.

(6)

(6)

~~10~~

Образно говоря, гэп можно сравнить с парусом, ориентация которого по ветру рыночной конъюнктуры в соответствии с (изменением ставки процента) позволяет судну (банку) без помощи мотора или весел (без изменения величины и структуры пассивов и активов) двигаться в сторону увеличения доходов. Причем, чем больше корабль (активы банка), тем должен быть больше и парус (гэп); однако его увеличение и его позиция относительного ветра определенным образом ограничены как мореходными характеристиками, так и опасностью оверкиля (отрицательных процентных доходов).

Рассмотрим частный случай, актуальный для данного исследования: чем определяется гэп для ссудо-сберегательных институтов в условиях снижения инфляции на втором, постприватизационном этапе переходного периода.

Этот случай соответствует следующим знакам переменных:

$$\Gamma_{t+1} < 0 \quad \text{и} \quad \Delta r_{t+1} < 0.$$

## 2. Оптимальная линейно-линейная модель банка.

Гэн характеризует соотношение между накоплениями и доходами. Если доход неизменен зерну чеканитаским балансом погашен, то следует за счет чеканы накопление гэн. (δ-де δ-мако)

Гэн и доход - конкурирующие моменты. Гэн м.б. увеличен, а доход - сокращен (если ожидается уменьшения дохода, выигрываем в чеканитаского зона) (Терпим в доходе, винтираем в чеканитаского зона) Таким образом имеем 2x приграничную зерну. Если зерно ограничено не гэн, то зерно из 2x приграничной земли

одно приграничное.

Итак,

формулируется нелинейная параметрическая задача определения банковской стратегии в некоторый фиксированный момент времени, которая записывается следующим образом:

(1)

$$\sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \leq S_0$$

(2)

$$\sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \leq D_0 + SK$$

- 10 -

$$(1 - U_1^R) \cdot \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) - (1 - U_2^R) \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) + SK \geq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \leq U^\delta \quad (4)$$

$$U^\ell \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \leq L \quad (5)$$

$$W_i(U_i^W) \geq 0; \quad Z_j(U_j^Z) \geq 0; \quad (6)$$

$$\text{opt} \left\{ C = f \left[ W_i(U_i^W), Z_j(U_j^Z) \right] \right\} \quad (7)$$

Здесь нижние индексы  $i$  и  $j$  означают соответственно вид вклада или инвестиций банка, а верхние индексы - определяют вид переменной; вклады  $W_i$  вида  $i$  являются нелинейной функцией от депозитной ставки  $U_i^W$ ; инвестиционные вложения  $Z_j$  (спрос клиентов банка на инвестиции) вида  $j$  нелинейно зависят от кредитной ставки  $U_j^Z$ ; резервы, отчисляемые в Центробанк в зависимости от размера депозитов, определяются параметром-нормативом  $U_1^R$ ; резервы, определяемые внутрибанковской политикой (учет риска невозврата кредита) - переменной  $U_2^R$ ; ограничение на гэп (неравенство 4) выполняет роль стабилизатора кредитной политики и содержит параметр  $U^\delta$  (принимающий положительные, нулевые и отрицательные значения), ограничение на ликвидность  $L$  (неравенство 5) включает параметр-норматив  $U^\ell$ ; константами являются:  $SK$  - собственный капитал банка, размер ликвидных активов  $L$  и ограничения:  $S_o$  - на сбережения,  $D_o$  - на емкость инвестиционного рынка. Неравенства (6) являются условиями на неотрицательность искомых переменных, образующих банковскую стратегию; соотношение (7) представляет собой целевую функцию  $C$ , вид которой определяется конкретной постановкой задачи.

Например, в качестве целевой функции могут быть рассмотрены:

a) максимум процентного дохода:

$$\max \left\{ C = \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \cdot U_j^Z - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \cdot U_i^W \right\} \quad (7a)$$

б) минимум квадратов отклонений от целевой точки  $Z_j^*$ , определяющей инвестиционные вложения:

~~$$C = \min \left\{ \sum_{j=1}^n [Z_j^* - Z_j(U_j^Z)]^2 \right\}$$~~ 
$$(7b)$$

в) максимум взвешенной суммы критериев доходности, банковских резервов и ликвидности:

$$\max \left\{ C = \lambda_1 \cdot \left[ \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \cdot U_j^Z - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \cdot U_i^W \right] + \lambda_2 \cdot U_2^R \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) + \lambda_3 \cdot U^\delta \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \right\}$$

( 7в )

где  $0 \leq \lambda_1 \leq 1; 0 \leq \lambda_2 \leq 1; 0 \leq \lambda_3 \leq 1; \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1.$

г) максимум процентного дохода с учетом риска невозврата кредита:

$$\max \left\{ C = \sum_{j=1}^n [Z_j(U_j^Z) \cdot \eta_j(U_j^Z)] \cdot U_j^Z - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \cdot U_i^W \right\}$$

( 7г )

где:  $\eta_j(U_j^Z)$  - доля возвращаемых кредитов, зависящая в том числе и от уровня ставки  $U_j^Z$ ,  $0 \leq \eta_j \leq 1.$

Переменные  $U_i^W, U_j^Z, U^\delta, U_1^R, U_2^R, U^\delta$  изменяются в некотором интервале, который определяется как внешними воздействиями экономической среды для рассматриваемого промежутка времени, так и внутрибанковским управлением.

В данной модели к переменным внутреннего управления относятся  $U_i^W$  и  $U_j^Z$  (искомые величины), а также  $U_2^R$  и  $U^\delta$ , которые задаются как параметры, отражающие цели банковского управления. Переменные внешнего управления  $U^\delta, U_1^R$  могут быть использованы для организации сценарных расчетов. В результате решения задачи определяются величины  $Z_j(U_j^Z)$  и  $W_i(U_i^W)$ , характеризующие банковскую стратегию.

Соотношения (1)-(7г) представляют собой набор вариантов постановки оптимальной задачи, отражающей предложенным способом процентные риски, риски ликвидности и невозврата кредита. Однако, возможны и принципиально другие постановки этой задачи, учитывающие рассмотренные риски (например, с использованием аппарата теории вероятности и математической статистики), включающие другой набор ограничений и критериев и т.п.

Точное решение нелинейных оптимальных задач достаточно сложно, обычно требует создания специальных алгоритмов. Кроме того проведенный анализ функций  $W_i(U_i^W)$  и  $Z_j(U_j^Z)$  свидетельствует о том, что первая - возрастающая и выпукла вверх, а вторая - убывающая и выпукла вниз. Заметим, что указанный характер кривых требует особого анализа существования решений\*. Задача еще более усложняется, если учесть, что параметры управления являются функциями времени.

Стандартным способом решения сложных задач является применение методов декомпозиции, предполагающих разложение сложной задачи на более простые локальные блоки. В соответствии с этим в работе предлагается приближенный декомпозиционный прием решения задачи на основе имитационно-оптимизационного под-

\* Задача выпуклого программирования ; т.к. выпуклых (тех вогнух) функций на выпуклом множестве ; означает лихих существует опт. решение .  
Задача явл. сепарабельной . ( сумма выпуклых или вогнух функций )

(8)

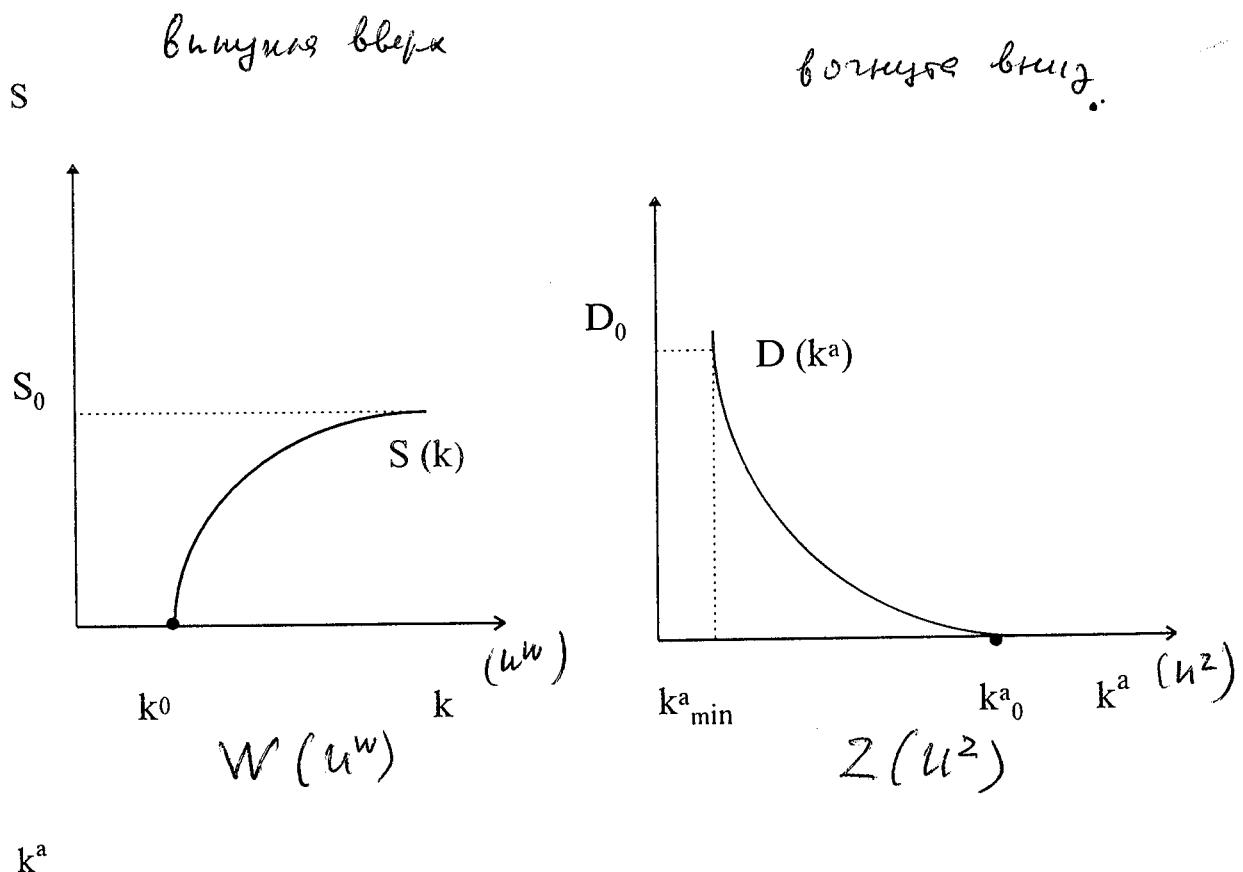


Рис. II-2.1. Зависимости спроса  $S(k)$  и предложения  $D(k^a)$ .

↓  
единиц  
(вклады)

↓  
недели

✓

хода<sup>\*</sup>, который заключается в сочетании имитационного блока формирования динамики объемов привлеченных ресурсов и задачи выпуклого программирования по оптимальному распределению инвестиционного ресурса.

На рис.2 представлена схема реализации такого подхода, состоящая в последовательном решении трех задач для каждого момента времени  $t$ .

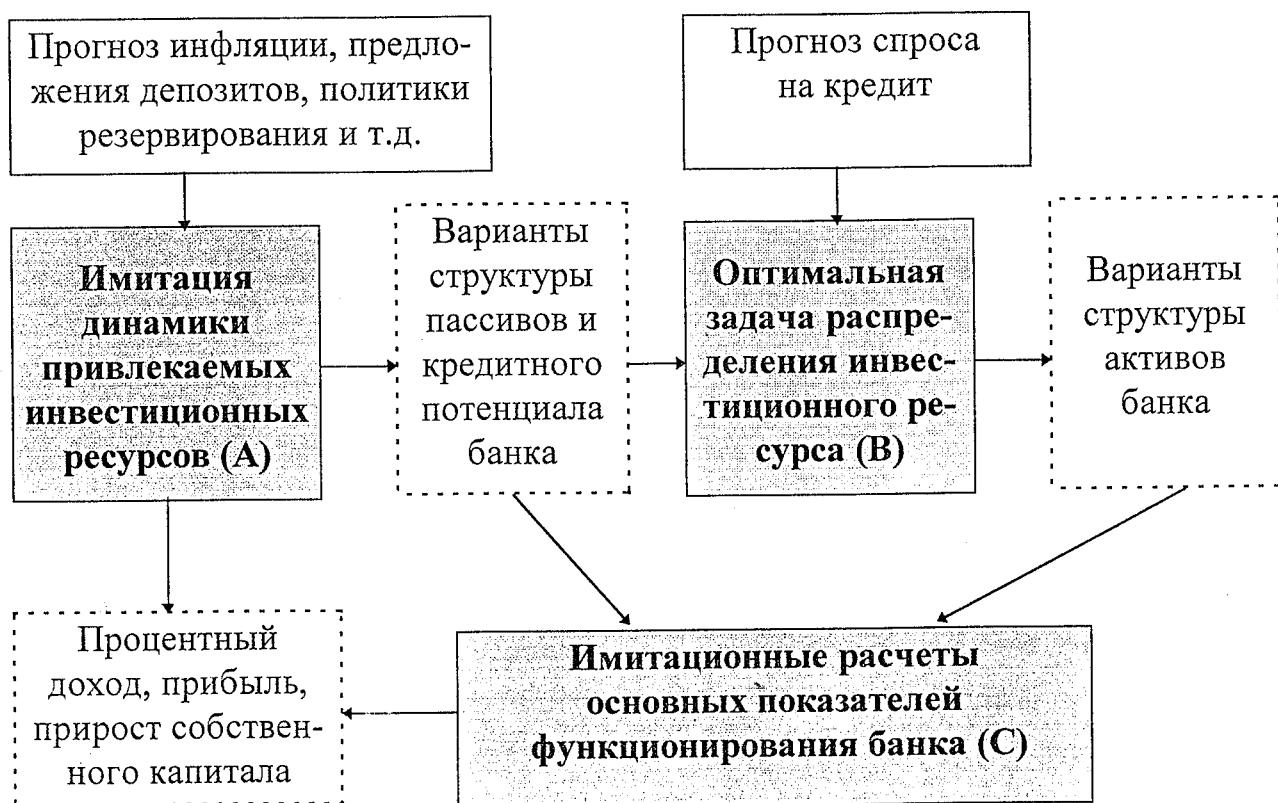


Рис.2. Условная схема декомпозиционного способа приближенного решения задачи с использованием имитационно-оптимизационного подхода.

Первая задача (блок А) предполагает прогноз динамики привлекаемых ресурсов и определяет величины вкладов  $W_i(U_i^W)$ , в каждый момент времени  $t$  из рассматриваемого интервала.

Вторая задача (блок В) определяет оптимальное распределение инвестиционных вложений при условии известного в момент времени  $t$  инвестиционного ресурса. В целях упрощения рассматривается линейная постановка задачи, включающая в себя линейные аналоги ограничений (2) - (5).

Третья задача (блок С) рассчитывает доход банка и увеличение собственного капитала. Таким образом осуществляется подготовка информации для следующего временного цикла расчетов с новой величиной собственного капитала в соотношении (2).

\* К.А. Багриновский, Н.Е. Егорова Имитационные системы в планировании экономических объектов. - М., Наука, 1980.

Таким образом, в основе реализации этой схемы лежит концепция положительной обратной связи между результатами работы банка и величиной его капитала.

Изложенная идея была использована при разработке имитационной динамической системы функционирования банка, которая состоит из 7 взаимосвязанных блоков (включая оптимизационный), представляет собой систему рекуррентных соотношений с наличием управляемых параметров (см. схему рис.3).

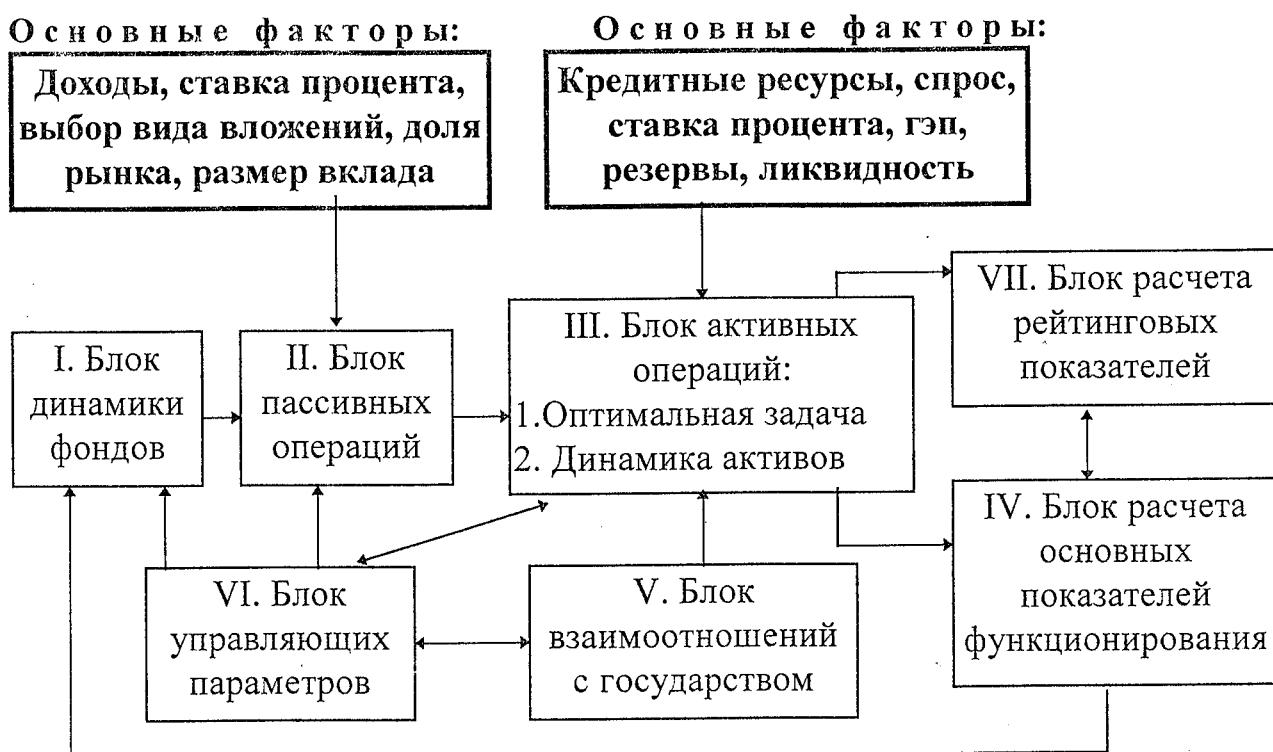


Рис.3. Схема взаимодействия блоков имитационной модели.

В системе рассматривается 6 видов депозитных, 6 видов кредитных вложений (для рублевого и валютного рынка отдельно), учитываются 3 вида риска (для рублевых и валютных вложений, а также риски невозврата кредита); показатели надежности банка рассчитываются в соответствии с принятыми Центральным банком России нормативами деятельности банков.

Система содержит около 100 соотношений различного типа, в том числе нелинейные.

Отличительной особенностью предложенного инструментария является моделирование поведения хозяйствующих субъектов в зависимости от изменения ставки процента с помощью нелинейных функций с наличием порога чувствительности и насыщения: монотонно возрастающих (для вкладчиков); монотонно убывающих (для инвесторов); принятие решений о выборе вида вложений и сроках осуществлялось на основе гипотезы о предпочтении краткосрочных операций и сопоставлении эффективности валютных и рублевых операций с различным уровнем риска.

его ставок по вкладам физических лиц обычно следует за снижением темпов инфляции).

При использовании в банковской практике данного финансового инструмента важно не только установление негативной или позитивной позиции гэпа, но и его *абсолютной величины*. Здесь речь идет о довольно тонком механизме поддержания такой структуры пассивов и активов, которая обеспечивает банковские доходы. Ввиду того, что необходимым оказывается установление сложного равновесия между абсолютными величинами доходов и приростной составляющей, обусловленной гэпом и изменением ставки процента, этот механизм называется в работах Дж. Синки "гэпнастикой" [42]. В целях более точного описания этого механизма докажем следующую теорему.

*Теорема 1 (о негативном гэпе)*\* .

Пусть в некий начальный момент времени  $t$  имеется неотрицательный процентный доход  $D_t \geq 0$  и негативный гэп  $\Gamma_t < 0$ . Под увеличением негативного гэпа будем понимать увеличение его абсолютного значения  $|\Gamma_t|$ , а под областью возможных изменений такие его значения, которые обеспечивают неотрицательность дохода  $D_t$ . Пусть величина спреда является неизменной. Тогда при любом направлении изменения ставки процента: 1) негативный гэп и доход являются понятиями конкуриющими; 2) с увеличением размеров банка и величины его активов, а также при уменьшении вариации процентной ставки при постоянном спреде область возможных значений гэпа расширяется.

*Доказательство:* Обозначим депозитную и кредитную ставки процента  $r_t^n$  и  $r_t^a$  соответственно для момента времени  $t$ , причем  $r_t^a = r_t^n + s_t^0$ , где спред  $s_t^0 = \text{const}$ .

По определению процентного дохода имеем:

$$D_t^n = r_t^a \cdot A_t^n - r_t^n \cdot \Pi_t^n$$

Найдем величину процентного дохода  $D_{t+1}^n$  в момент времени  $t+1$  в условиях изменения ставки процента на величину  $\Delta r_{t+1}^n$ , которая может иметь любой знак:

$$r_{t+1}^n = r_t^n + \Delta r_{t+1}^n$$

\* Далее все соотношения, связанные с доказательством теоремы, имеют специальную нумерацию с идентификатором Т...

Тогда

$$D_{t+1}^n = r_t^n \cdot (A_{t+1}^r - \Pi_{t+1}^r) + s^0 \cdot A_{t+1}^r + \Delta r_{t+1}^n \cdot (A_{t+1}^r - \Pi_{t+1}^r). \quad (T-1)$$

Так как  $A_{t+1}^r - \Pi_{t+1}^r = \Gamma_{t+1}$  по определению гэпа, равенство (T-1) можно переписать:

$$D_{t+1}^n = r_t^n \cdot \Gamma_{t+1} + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma_{t+1} + s^0 \cdot A_{t+1}^r. \quad (T-2)$$

Заметим, что первые два слагаемых выражения (T-2) могут иметь различный знак, а последнее - неотрицательно, так как  $s^0 \geq 0$  и  $A_{t+1}^r \geq 0$ .

Так как  $(r_t^n + \Delta r_{t+1}^n) > 0$  при любом знаке  $\Delta r_{t+1}^n$ , то зависимость дохода от негативного гэпа представляет собой разность двух величин, которая определяется величиной гэпа: она тем меньше, тем больше гэп:

$$D_{t+1}^n = (r_t^n + \Delta r_{t+1}^n) \cdot \Gamma_{t+1} + s^0 \cdot A_{t+1}^r. \quad (T-3)$$

Таким образом доказана первая часть теоремы, утверждающая, что при постоянной величине  $s^0$ ,  $A_t^r = A_{t+1}^r$  и любом изменении ставки процента  $\Delta r_{t+1}^n$  с увеличением негативного гэпа ( $|\Gamma_{t+1}|$ ) доход  $D_{t+1}^n$  уменьшается, то есть эти показатели являются конкурирующими.

Найдем область возможных значений гэпа при сделанных предположениях.

Область значений гэпа, определяемая неотрицательностью дохода  $D_{t+1}^n \geq 0$ , представляется следующими неравенствами:

$$|\Gamma_{t+1} \cdot (r_t^n + \Delta r_{t+1}^n)| \leq s^0 \cdot A_{t+1}^r \quad \text{или}$$

$$\left| \Gamma_{t+1} \right| \leq \frac{s^0}{|r_t^n + \Delta r_{t+1}^n|} \cdot A_{t+1}^r. \quad (T-4)$$

Таким образом, доказана вторая часть теоремы: абсолютная величина гэпа ограничивается числом, зависящим от размеров банка (его активов), спреда, величины и изменения ставки процента. При этом, каково бы ни было изменение ставки процента ( $\Delta r_{t+1}^n < 0$ ,  $\Delta r_{t+1}^n > 0$ ), негативный гэп, удовлетворяющий условию (T-4), обеспечивает неотрицательный доход.

Экономическая интерпретация этого вывода может быть следующей: чем

крупнее ссудо-сберегательное учреждение (для которого и характерен негативный гэп) и чем ниже темпы инфляции (обуславливающие плавное снижение ставки процента), тем шире возможности управления гэпом.

*Замечание к теореме 1.* В условиях позитивного гэпа ( $\Gamma_{t+1} > 0$ ) процентный доход всегда положителен, а область возможных изменений гэпа неограничена сверху (см. соотношение (T-3)).

При этом соблюдаются следующие соотношения:

1) при фиксированном  $\Gamma_{t+1}$ : процентный доход  $D_{t+1}^n$  тем больше, чем больше  $\Delta r_{t+1}^n$  при  $\Delta r_{t+1}^n \geq 0$ ; и  $D_{t+1}^n$  тем меньше, чем больше  $|\Delta r_{t+1}^n|$  для  $\Delta r_{t+1}^n < 0$ ;

2) в рассмотренных условиях величина  $\Gamma_{t+1}$  является мультипликатором, усиливающим действие изменения процентной ставки (процентного риска);

3) при вариации процентной ставки от  $-\Delta r_{t+1}^n$  до  $+\Delta r_{t+1}^n$  величина изменения дохода равна удвоенному произведению модуля  $|\Delta r_{t+1}^n|$  на величину гэпа  $\Gamma_{t+1}$ , то есть определяется соотношением  $2 \cdot |\Delta r_{t+1}^n| \cdot \Gamma_{t+1}$ .

Приводимые в замечании утверждения следуют из анализа соотношений (T-3) и (T-2) для условия  $\Gamma_{t+1} > 0$  и не требуют специального доказательства.

*Теорема 2 (о динамике процентного дохода при фиксированном гэпе)*

Пусть имеется неотрицательный доход  $D_t^n \geq 0$ ; величины активов и пассивов считаются неизменными, гэп может находиться в любой позиции (негативной, позитивной); изменение ставки процента осуществляется в любом направлении ( $\Delta r_{t+1}^n > 0$ ,  $\Delta r_{t+1}^n < 0$ ). Тогда при любой позиции гэпа  $\Gamma_t$  можно найти такие  $\Delta r_{t+1}^n$ , которые дают желаемый тип динамики процентного дохода (либо убывающий, либо возрастающий), причем темп изменения зависит от абсолютной величины принятого гэпа.

*Доказательство:* Так как в соответствии со сделанными предположениями  $\Pi_{t+1}^r = \Pi_t^r$ ,  $A_{t+1}^r = A_t^r$ , то в данной теореме рассматривается фиксированный гэп:

$$\Gamma_{t+1} = \Gamma_t = \Gamma^0 = \text{const.} \quad (\text{T-5})$$

С учетом этого равенство (T-2) может быть переписано следующим образом:

$$D_{t+1}^n = r_t^n \cdot \Gamma^0 + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma^0 + s^0 \cdot A_t^r. \quad (T-6)$$

Так как  $D_t^n = r_t^n \cdot \Gamma^0 + s^0 \cdot A_t^r$ , выражение (T-6) примет вид:

$$D_{t+1}^n = D_t^n + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma^0. \quad (T-7)$$

или

$$\Delta D_{t+1}^n = \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma^0. \quad (T-8)$$

Очевидно, что знак  $\Delta D_{t+1}^n$  зависит от знака  $\Delta r_{t+1}^n$  и  $\Gamma^0$ .

Рассмотрим две позиции гэпа:

1)  $\Gamma^0 > 0$ . Тогда при  $\Delta r_{t+1}^n \leq 0$  имеем  $\Delta D_{t+1}^n \leq 0$ ; динамика дохода  $D_{t+1}$  убывающая (при  $\Delta r_{t+1}^n = 0$  - нулевая), причем темп снижения дохода тем сильнее, чем выше уровень принятого гэпа  $\Gamma^0$ .

В том случае, когда  $r_{t+1}^n > 0$  имеем  $\Delta D_{t+1}^n > 0$ ; динамика дохода  $D_{t+1}$  возрастающая, причем с тем большим темпом, чем выше уровень  $\Gamma^0$ .

2)  $\Gamma^0 < 0$ . Тогда при  $\Delta r_{t+1}^n \geq 0$  имеем  $\Delta D_{t+1}^n \leq 0$ ; а при  $\Delta r_{t+1}^n < 0$  имеем  $\Delta D_{t+1}^n > 0$  и наблюдается та же картина, что и в п.1).

*Таким образом, доказано, что при сформулированных условиях (имеющемся фиксированном гэпе  $\Gamma^0$ ) воздействия внешней среды, выражющиеся в повышении или снижении ставки процента, могут обуславливать возрастающую или убывающую динамику дохода.*

*Следствия из теоремы 2.*

1. При известном прогнозе изменения ставки процента динамикой процентного дохода можно управлять за счет выбора позиции гэпа. Анализ соотношения (T-8) свидетельствует, в частности, о наличии двух возможностей увеличения дохода: а) при снижении ставки за счет структуры баланса с негативным гэпом; б) при повышении ставки - за счет формирования баланса с позитивным гэпом.

2. В том случае, если знаки  $\Delta r_{t+1}^n$  и  $\Gamma^0$  различны, а величина гэпа фиксирована, область допустимых значений гэпа определяется следующим неравенством:

$$\left| \Gamma^0 \right| \leq \frac{D_t^n}{\left| \Delta r_{t+1}^n \right|}. \quad (T-9)$$

Действительно, учитывая условие неотрицательности  $D_{t+1}^n \geq 0$  и неравенство  $\Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma^0 < 0$ , из соотношения (Т-7) получаем:

$$D_t^n \geq |\Delta r_{t+1} \cdot \Gamma^0|$$

откуда следует условие (Т-9). В этом случае верхняя граница гэпа увеличивается с возрастанием дохода и уменьшением абсолютной величины изменения ставки процента. С расширением области допустимых значений увеличиваются возможности управления гэпом в рассмотренной ситуации.

3. Величина гэпа характеризует относительный темп роста дохода при изменении процентной ставки и с известной степенью условности может рассматриваться как аналог производной.

Действительно, из соотношения (Т-8) вытекает:

$$\Gamma^0 = \frac{\Delta D_{t+1}^n}{\Delta r_{t+1}^n}$$

Отсюда при  $\Delta r_{t+1}^n \rightarrow 0$  имеем:

$$\Gamma^0 = \lim_{\Delta r_{t+1}^n \rightarrow 0} \frac{\Delta D_{t+1}^n}{\Delta r_{t+1}^n} = \frac{dD}{dr}.$$

Рассмотрим полученные из теорем выводы применительно к изучаемой ситуации: определение гэпа для ссудо-сберегательных институтов в условиях снижения инфляции на втором, постприватизационном этапе переходного периода (1995-1997гг.). Этот случай соответствует следующим знакам переменных:  $\Gamma_{t+1} < 0$  и  $\Delta r_{t+1}^n < 0$ .

Для него выполняются результаты, полученные по теореме 1 (о негативном гэпе), а также соответствующие частные случаи теоремы 2. В частности:

- 1) Чем больше банк, тем больший негативный гэп может быть реализован.
- 2) Чем меньше изменение ставки процента  $\Delta r_{t+1}^n < 0$ , тем больший негативный гэп может быть реализован.
- 3) При постоянном спреде  $s_t = s^0 = \text{const}$  и постоянных активах  $A_{t+1}^r = A_t^r = A^0 = \text{const}$  величина предельного негативного гэпа обратно пропорциональна ставке процента.

Действительно, обозначив  $s^0 \cdot A^0 = \alpha$  и преобразовав (Т-4), имеем:

$$|\Gamma_{t+1}| \leq \frac{\alpha}{r_t^n - \Delta r_{t+1}^n} = \frac{\alpha}{r_{t+1}^n}.$$

4) Чем больше негативный гэп, тем (при прочих равных условиях) меньше процентный доход (так как в выражении (Т-3) при снижении ставки процента всегда  $r_t^n > |\Delta r_{t+1}^n|$ ).

5) Если негативный гэп  $\Gamma^0$  постоянен (структура баланса банка стабильна) и определен в области своих возможных значений, то в условиях снижения ставки процента динамика процентного дохода характеризуется возрастанием с темпом  $\Gamma^0$  (см. соотношение (Т-3)).

6) В условиях растущей инфляции негативный гэп создает наименее благоприятную ситуацию для банка (так как при  $\Delta r_{t+1}^n > 0$  в соотношении (Т-2) лишь одно из трех слагаемых остается положительным, что существенно уменьшает доход). Такая ситуация явилась одной из причин серии массовых банкротств во время инфляции среди ссудо-сберегательных институтов, имеющих негативный гэп [42, с.214].

Подводя итоги анализа управления гэпом, можно провести следующее образное сравнение. Гэп можно уподобить парусу, ориентация которого по ветру рыночной конъюнктуры (в соответствии с изменением ставки процента) позволяет судну (банку) без помощи мотора и весел (без изменения величины и структуры пассивов и активов) двигаться в сторону увеличения доходов. Причем, чем больше корабль (активы банка), тем должен быть больше и парус (гэп); однако его увеличение и его позиция относительного ветра определенным образом ограничены как мореходными характеристиками, так и опасностью оверкиля (отрицательных процентных доходов).

## 2. Управление ставкой процента

При установлении уровня ставки процента важным фактором является учет в ней различных рисков (невозврата кредита, процентного и т.д.). В условиях нестабильной экономики и инфляции важнейшим риском является инфляционный, который разделяется на риск ожидаемой инфляции и риск неожиданной инфляции (собственно процентный риск).

Зависимость между номинальной рыночной ставкой процента  $k$ , темпом инф-

## Моделирование кредитоспособности крупного банка (на примере Сбербанка РФ)

### 1 Финансовые инструменты банковской политики: гэп (gap) - разрыв, разница.

Исходной базой исследования является тезис о том, что рассматриваемый объект имеет двойственную природу: 1) банк - это рисковое предприятие, функционирующее в условиях неопределенности. В сфере кредитной политики он сталкивается с тремя основными видами рисков: кредитным, процентным и риском ликвидности; 2) банк - это фирма, стремящаяся к повышению своей доходности. Соотношение между критериями минимизации риска и максимизации дохода может быть характеризовано как конкурентное и выражено следующим правилом: "цена большей прибыли - больший риск". Таким образом, в процессе управления банковской деятельностью возникают сложные многокритериальные задачи нахождения компромиссных (парето оптимальных) решений.

Между тем в теории банковского дела накоплен финансовый инструментарий, позволяющий получать приемлемые результаты по избежанию рисков и обеспечению доходности, который широко применяется в западной практике. В работе производится экономико-математический анализ наиболее важных инструментов банковской политики с учетом применимости его в условиях становления рыночных отношений. Рассматривается один из наиболее распространенных финансовых банковских показателей - гэп, характеризующий соотношение структуры банковских активов и пассивов, чувствительных к изменению ставки процента и использующийся для хеджирования процентных рисков.

В работе делаются следующие выводы: 1) для хеджирования риска снижения ставки процента, имеющегося на современном этапе, должен быть рекомендован негативный гэп; 2) показатель гэпа может быть использован также как инерционное звено, обеспечивающее заданную стабильность кредитной политики крупного банка.

Формулируется ряд теорем, замечаний и следствий о связи динамики процентной ставки и гэпа с уровнем дохода. Доказывается, в частности, что при выполнении ряда условий, накладываемых на величину кредитной и депозитной ставки и при постоянстве активов, величина предельного негативного гэпа, обеспечивающего доходность, обратно пропорциональна ставке процента. В работе делается вывод о том, что с учетом принятых в модели гипотез, в условиях переходного периода при общей тенденции снижения ставки процента возможности управления гэпом для ссудно-сберегательных институтов расширяются. Показывается, что относительный темп изменения процентного дохода определяется величиной гэпа; при известном прогнозе вариаций ставки процента динамикой дохода можно управлять путем выбора позиции

## Управление гэпом

Гэп - это понятие, характеризующее разность между величиной активов и пассивов, чувствительных к изменению ставки процента и предназначенных переоценке или погашению к рассматриваемому фиксированному сроку ~~и~~, ~~или к дате погашения~~

Обозначив  $t^*$  - момент переоценки активов и пассивов, чувствительные к изменению ставки процента активы,  $(A_{t^*}^r)$ , и чувствительные к изменению ставки процента пассивы, получаем уравнение расчета гэпа ( $\Gamma_{t^*}$ ):

$$\Gamma_{t^*}^r = A_{t^*}^r - \Pi_{t^*}^r \quad (1)$$

При  $\Gamma_{t^*}^r < 0$  имеем негативный гэп

$\Gamma_{t^*}^r > 0$  — и — положительный

$\Gamma_{t^*}^r = 0$  — и — нулевой

При использовании в банковской практике данного финансового инструмента важно не только установление негативной или позитивной позиции гэпа, но и его *абсолютной величины*. Здесь речь идет о довольно тонком механизме поддержания такой структуры пассивов и активов, которая обеспечивает банковские доходы. Ввиду того, что необходимым оказывается установление сложного равновесия между абсолютными величинами доходов и приростной составляющей обусловленной гэпом и изменением ставки процента, этот механизм называется в работах Синки "гэпнастикой" ~~и~~. В целях более точного описания этого механизма докажем следующую теорему.

Из условия неотрицательности дохода  $D_{t+1}^n \geq 0$  получаем

$$|\Delta r_{t+1} \cdot \Gamma_t| \leq D_t^n$$

или

$$\left| \frac{D_t^n}{\Delta r_{t+1}} \right| \leq |\Gamma_t| \quad (T-7)$$

Неравенство (T-7) ограничивает области изменения гэпа в зависимости от размеров дохода и является доказательством одного из положений теоремы: чем больше  $D_t^n$ , тем шире область значений  $\Gamma_t$ .

Следствие. Анализ соотношения (T-6) позволяет доказать другое положение: при любой позиции гэпа  $\Gamma_t$  можно найти такие  $r_{t+1}^n$ , которое дают разнонаправленные изменения дохода и гэпа.

Так как  $\Gamma_t = \Gamma_{t+1}$ , можно записать

$$D_{t+1}^n = D_t^n + \Delta r_{t+1}^n \cdot \Gamma_{t+1} = D_t^n + \Delta D_{t+1}^n \quad (T-8)$$

Очевидно, что знак  $\Delta D_{t+1}^n$  зависит от знака  $\Delta r_{t+1}^n$  и  $\Gamma_{t+1}$ .

Рассмотрим две позиции гэпа:

1)  $\Gamma_{t+1} > 0$ . Тогда при  $\Delta r_{t+1}^n \leq 0$  имеем  $D_{t+1}^n \leq 0$  доход  $D_{t+1}$  снижается, причем, тем сильнее, чем быстрее растет  $\Gamma_{t+1}$ .

2)  $\Gamma_{t+1} < 0$ . Тогда при  $\Delta r_{t+1}^n \geq 0$  имеем  $\Delta D_{t+1}^n \leq 0$  и наблюдается также картина, что и в п.1.

Таким образом, доказано, что при сформулированных условиях переменные  $\Gamma_t$  и  $D_t^n$ , являются конкурирующими.

И, наконец, доказательство возможности увеличения дохода путем подбора соответствующей позиции гэпа (иными словами, управляемости доходом с помощью гэпа) достаточно очевидно и вытекает из анализа соотношения (T-8).

(5)

## ВЛИЯНИЕ ГЭПА НА ИЗМЕНЕНИЕ ДОХОДА ПРИ РАЗЛИЧНОЙ ДИНАМИКЕ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

Гэп	Изменение ставки, $\Delta r_t$	$\Delta D_t^n$	Изменение дохода
Негативный	↑	<0	↓
Негативный	↓	>0	↑
(Позитивный)	↑	>0	↑
Позитивный	↓	<0	↓
Нулевой	↑	=0	=0
Нулевой	↓	=0	=0

Заметим, что при нулевом гэпе изменение ставки процента не влияет на получаемый доход (в этом случае он определяется запланированным спредом и величиной пассивов и активов), т.е. осуществляется так называемое **микрохеджирование** от процентного риска (в отличие от макрохеджирования, которое включает в себя не отдельные виды активов и пассивов, а весь портфель).

В случае ненулевого гэпа банком осуществляется игра либо на понижение ставки (позиция "медведя" при негативном гэпе), либо на ее повышение (позиция "быка" при позитивном гэпе). Если изменение ставки процента оказалось противоположным ожидаемому, то при ненулевом гэпе возникают потери (альтернативные убытки), которые уменьшают собственный капитал банка, что следует из балансового соотношения:

$$A_t = SK_t + \Pi_t$$

где  $SK_t$  - собственный капитал банка.

(6)

(6)

~~12~~

Образно говоря, гэп можно сравнить с парусом, ориентация которого по ветру рыночной конъюнктуры в соответствии с (изменением ставки процента) позволяет судну (банку) без помощи мотора или весел (без изменения величины и структуры пассивов и активов) двигаться в сторону увеличения доходов. Причем, чем больше корабль (активы банка), тем должен быть больше и парус (гэп); однако его увеличение и его позиция относительного ветра определенным образом ограничены как мореходными характеристиками, так и опасностью оверкиля (отрицательных процентных доходов).

Рассмотрим частный случай, актуальный для данного исследования: чем определяется гэп для ссудо-сберегательных институтов в условиях снижения инфляции на втором, постприватизационном этапе переходного периода.

Этот случай соответствует следующим знакам переменных:

$$\Gamma_{t+1} < 0 \quad \text{и} \quad \Delta r_{t+1} < 0.$$

## 2. Оптимальные инвестиционные модели Банка.

Этот характеризует соотношение между инвестициями и доходами. Если для целей заемщика заемческая банковской политики, то следует заемческое привлечение ресурсов (δ-це δ-меньше)

Так и доход - излишне избыточное значение. Этот же заемческий, а доход - слишком (если ожидается уменьшение заемческого ресурса) (Переход в доходе, вынужденно в заемческом) Таким образом, излишне излишне избыточное заемческое ограничение на заемческую заемческую. Если заемческое ограничение не есть, то заемческое излишне избыточное излишне избыточное ограничение.

Итак,

формулируется нелинейная параметрическая задача определения банковской стратегии в некоторый фиксированный момент времени, которая записывается следующим образом:

(1)

$$\sum_{i=1}^n W_i(U_i^W) \leq S_0$$

(2)

$$\sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \leq D_0 + SK$$

- 10 -

$$(1-U_1^R) \cdot \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) - (1-U_2^R) \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) + SK \geq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \leq U^\delta \quad (4)$$

$$U' \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \leq L \quad (5)$$

$$W_i(U_i^W) \geq 0; \quad Z_j(U_j^Z) \geq 0; \quad (6)$$

$$\text{opt}\{C = f[W_i(U_i^W), Z_j(U_j^Z)]\} \quad (7)$$

Здесь нижние индексы  $i$  и  $j$  означают соответственно вид вклада или инвестиций банка, а верхние индексы - определяют вид переменной; вклады  $W_i$  вида  $i$  являются нелинейной функцией от депозитной ставки  $U_i^W$ ; инвестиционные вложения  $Z_j$  (спрос клиентов банка на инвестиции) вида  $j$  нелинейно зависят от кредитной ставки  $U_j^Z$ ; резервы, отчисляемые в Центробанк в зависимости от размера депозитов, определяются параметром-нормативом  $U_1^R$ ; резервы, определяемые внутрибанковской политикой (учет риска невозврата кредита) - переменной  $U_2^R$ ; ограничение на ГЭП (неравенство 4) выполняет роль стабилизатора кредитной политики и содержит параметр  $U^\delta$  (принимающий положительные, нулевые и отрицательные значения), ограничение на ликвидность  $L$  (неравенство 5) включает параметр-норматив  $U'$ ; константами являются:  $SK$  - собственный капитал банка, размер ликвидных активов  $L$  и ограничения:  $S_o$  - на сбережения,  $D_o$  - на емкость инвестиционного рынка. Неравенства (6) являются условиями на неотрицательность искомых переменных, образующих банковскую стратегию; соотношение (7) представляет собой целевую функцию  $C$ , вид которой определяется конкретной постановкой задачи.

Например, в качестве целевой функции могут быть рассмотрены:

a) максимум процентного дохода:

$$\max \left\{ C = \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \cdot U_j^Z - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \cdot U_i^W \right\} \quad (7a)$$

б) минимум квадратов отклонений от целевой точки  $Z_j^*$ , определяющей инвестиционные вложения:

~~$$C = \min \left\{ \sum_{j=1}^n [Z_j^* - Z_j(U_j^Z)]^2 \right\}$$~~ 
$$(7b)$$

в) максимум взвешенной суммы критериев доходности, банковских резервов и ликвидности:

$$\max \left\{ C = \lambda_1 \cdot \left[ \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \cdot U_j^Z - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \cdot U_i^W \right] + \lambda_2 \cdot U_2^R \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) + \lambda_3 \cdot U^\ell \cdot \sum_{j=1}^n Z_j(U_j^Z) \right\}$$

( 7в )

где  $0 \leq \lambda_1 \leq 1; 0 \leq \lambda_2 \leq 1; 0 \leq \lambda_3 \leq 1; \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1.$

г) максимум процентного дохода с учетом риска невозврата кредита:

$$\max \left\{ C = \sum_{j=1}^n [Z_j(U_j^Z) \cdot \eta_j(U_j^Z)] \cdot U_j^Z - \sum_{i=1}^m W_i(U_i^W) \cdot U_i^W \right\}$$

( 7г )

где:  $\eta_j(U_j^Z)$  - доля возвращаемых кредитов, зависящая в том числе и от уровня ставки  $U_j^Z, 0 \leq \eta_j \leq 1.$

Переменные  $U_i^W, U_j^Z, U^\ell, U_1^R, U_2^R, U^\delta$  изменяются в некотором интервале, который определяется как внешними воздействиями экономической среды для рассматриваемого промежутка времени, так и внутрибанковским управлением.

В данной модели к переменным внутреннего управления относятся  $U_i^W$  и  $U_j^Z$  (искомые величины), а также  $U_2^R$  и  $U^\delta$ , которые задаются как параметры, отражающие цели банковского управления. Переменные внешнего управления  $U^\ell, U_1^R$  могут быть использованы для организации сценарных расчетов. В результате решения задачи определяются величины  $Z_j(U_j^Z)$  и  $W_i(U_i^W)$ , характеризующие банковскую стратегию.

Соотношения (1)-(7г) представляют собой набор вариантов постановки оптимальной задачи, отражающей предложенным способом процентные риски, риски ликвидности и невозврата кредита. Однако, возможны и принципиально другие постановки этой задачи, учитывающие рассмотренные риски (например, с использованием аппарата теории вероятности и математической статистики), включающие другой набор ограничений и критериев и т.п.

Точное решение нелинейных оптимальных задач достаточно сложно, обычно требует создания специальных алгоритмов. Кроме того проведенный анализ функций  $W_i(U_i^W)$  и  $Z_j(U_j^Z)$  свидетельствует о том, что первая - возрастающая и выпукла вверх, а вторая - убывающая и выпукла вниз. Заметим, что указанный характер кривых требует особого анализа существования решений. Задача еще более усложняется, если учесть, что параметры управления являются функциями времени.

Стандартным способом решения сложных задач является применение методов декомпозиции, предполагающих разложение сложной задачи на более простые локальные блоки. В соответствии с этим в работе предлагается приближенный декомпозиционный прием решения задачи на основе имитационно-оптимизационного под-

\* Задачи вынужденного программирования: минимизация (или максимизация) функции на вынужденном множестве; ограничения диктуют даже тех существующих опт. решений.  
Задача эта - сепаративной (сущий видах минимизация или максимизация функции)

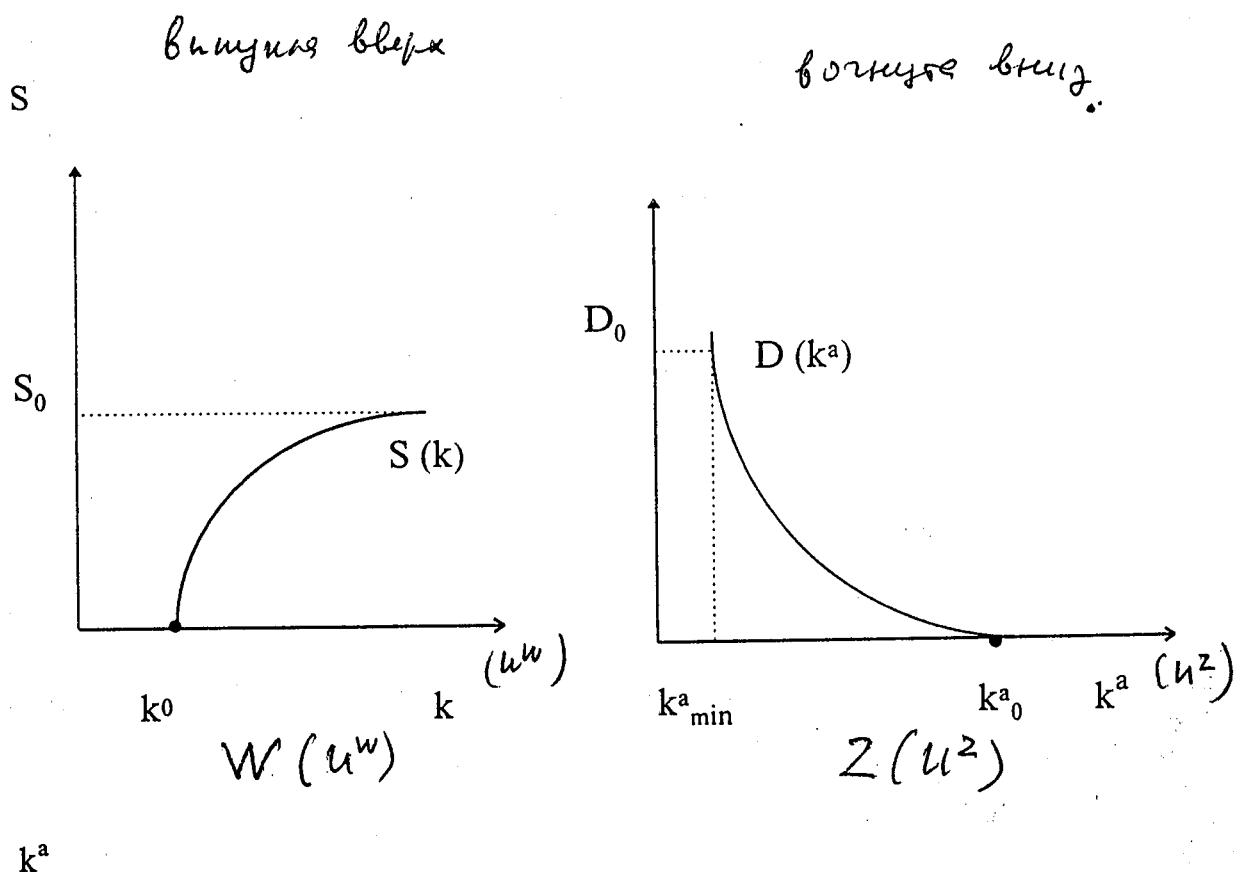


Рис. II-2-1. Зависимости спроса  $S(k)$  и предложения  $D(k^a)$ .

↓  
затратами  
(зклады)

↓  
цены

✓

хода<sup>\*</sup>, который заключается в сочетании имитационного блока формирования динамики объемов привлеченных ресурсов и задачи выпуклого программирования по оптимальному распределению инвестиционного ресурса.

На рис.2 представлена схема реализации такого подхода, состоящая в последовательном решении трех задач для каждого момента времени  $t$ .



Рис.2. Условная схема декомпозиционного способа приближенного решения задачи с использованием имитационно-оптимизационного подхода.

Первая задача (блок А) предполагает прогноз динамики привлекаемых ресурсов и определяет величины вкладов  $W_i(U_i^W)$ , в каждый момент времени  $t$  из рассматриваемого интервала.

Вторая задача (блок В) определяет оптимальное распределение инвестиционных вложений при условии известного в момент времени  $t$  инвестиционного ресурса. В целях упрощения <sup>здесь</sup> рассматривается линейная постановка задачи, включающая в себя линейные аналоги ограничений (2) - (5).

Третья задача (блок С) рассчитывает доход банка и увеличение собственного капитала. Таким образом осуществляется подготовка информации для следующего временного цикла расчетов с новой величиной собственного капитала в соотношении (2).

\* К.А. Багриновский, Н.Е. Егорова Имитационные системы в планировании экономических объектов.- М., Наука, 1980.

Таким образом, в основе реализации этой схемы лежит концепция положительной обратной связи между результатами работы банка и величиной его капитала.

Изложенная идея была использована при разработке имитационной динамической системы функционирования банка, которая состоит из 7 взаимосвязанных блоков (включая оптимизационный), представляет собой систему рекуррентных соотношений с наличием управляющих параметров (см. схему рис.3).

#### Основные факторы:

Доходы, ставка процента, выбор вида вложений, доля рынка, размер вклада

#### Основные факторы:

Кредитные ресурсы, спрос, ставка процента, гэп, резервы, ликвидность

I. Блок динамики фондов

II. Блок пассивных операций

III. Блок активных операций:  
1. Оптимальная задача  
2. Динамика активов

VII. Блок расчета рейтинговых показателей

VI. Блок управляемых параметров

V. Блок взаимоотношений с государством

IV. Блок расчета основных показателей функционирования

Рис.3. Схема взаимодействия блоков имитационной модели.

В системе рассматривается 6 видов депозитных, 6 видов кредитных вложений (для рублевого и валютного рынка отдельно), учитываются 3 вида риска (для рублевых и валютных вложений, а также риски невозврата кредита); показатели надежности банка рассчитываются в соответствии с принятыми Центральным банком России нормативами деятельности банков.

Система содержит около 100 соотношений различного типа, в том числе нелинейные.

Отличительной особенностью предложенного инструментария является моделирование поведения хозяйствующих субъектов в зависимости от изменения ставки процента с помощью нелинейных функций с наличием порога чувствительности и насыщения: монотонно возрастающих (для вкладчиков); монотонно убывающих (для инвесторов); принятие решений о выборе вида вложений и сроках осуществлялось на основе гипотезы о предпочтении краткосрочных операций и сопоставлении эффективности валютных и рублевых операций с различным уровнем риска.